

# СУЧАСНІ ГЕОГРАФІЧНІ ТА ЕКОЛОГІЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КОМПОНЕНТІВ ДОВКІЛЛЯ

УДК 551.436:470.44+551.4.012

С. В. КОСТРІКОВ, д-р геогр. наук, проф., Н. В. ДОБРОВОЛЬСЬКА, асп.

*Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна*

## МОДЕЛЮВАННЯ ЕРОЗІЙНИХ МЕРЕЖ НА ПІДСТАВІ МЕТОДОЛОГІЇ ФРАКТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Викладаються теоретичні підвалини та практична реалізація через програмне забезпечення моделювання ерозійних мереж у річкових і яружно-балкових водозборах на підставі методології фрактальних досліджень. Обговорюються поняття “фрактальної і топологічної розмірностей ерозійних мереж”, “фрактальної структури” і “само-афінних властивостей”. Пропонується апарат формалізації зв'язку між різними групами властивостей мережі рельєфу та її трьома розмірними осями. Такі дослідження в аспекті моделювання ерозійних мереж дають відповідь на питання про фрактальний характер певних територій із флювіальним рельєфом. Цей підхід був апробований через побудову геоінформаційної моделі водозборів м. Харків і порівняння ерозійних мереж окремих водозбірних басейнів міста через їх фрактальні характеристики

**Ключові слова:** водна ерозія, групи властивостей, мережа рельєфу, водозбірний басейн, ерозійна мережа, фрактальна розмірність, флювіальний рельєф, геоінформаційна модель, водозбір, фрактальні характеристики

There are represents some theoretical principles and applied software implementation of erosion (both river and gully) network modeling through the fractal approach. The paper discusses the following base definitions: “fractal and topological dimensions of erosion network”, “fractal structure” and “self-affinity properties”. There have been suggested some mathematical tools for impact definition between fractal characteristics and erosion network properties. We imply that such kind of research may answer with respect to fractal behavior of some territories with fluvial landforms. The approach given has been implemented for few Kharkiv watersheds. These basins have been compared by their network properties and fractal characteristics.

**Key words:** water erosion, landform, network properties, watershed, erosion network, erosion network, fluvial network, fractal dimensions, watershed, geoinformation model, fractal characteristics

Излагаются теоретические основы и практическая реализация в программном обеспечении моделирования эрозийных сетей речных и овражно-балочных водосборов на основании методологии фрактальных исследований. Обсуждаются понятия “фрактальной и топологической размерностей эрозийной сети”, “фрактальной структуры” и “само-афинных свойств”. Предлагается аппарат формализации связи между разной группой свойств сети рельефа и ее тремя размерностями. Такие исследования в аспекте моделирования эрозионной сети дают ответ на вопрос о фрактальном характере территории с флювиальным рельефом. Представленный подход был апробирован построением геоинформационной модели водосборов г. Харьков и сравнением эрозионной сети отдельных водосборных бассейнов города через их фрактальные характеристики.

**Ключевые слова:** водная эрозия, группы свойств, сети рельефа, водосборный бассейн, эрозионная сеть, фрактальная размерность, флювиальный рельеф, геоинформационная модель, водосбор, фрактальные характеристики

**Вступ до проблеми.** Відомо, що ерозія ґрунтів є процесом, наслідки якого незворотно призводять до утворення пустельно-подібних ландшафтів, тобто ландшафтів із низькою енергетичною місткістю і продуктивністю [1]. В одній із своїх попередніх публікацій автори доводять, що зсувно-ерозійні ландшафти Слобожанщини (зокрема – район м. Куп'янськ) взагалі також під

падають під вказані ключові характеристики [2]. На думку авторів, саме методологія *фрактальних досліджень* в цій предметній галузі [3] надає можливість отримання індивідуальних формалізованих параметрів, які б описували певний тип ерозійного ландшафту та дозволяли зберігати подібний опис у відповідній автоматизованій базі даних, здійснювати ефективний прогноз розвитку процесів водної ерозії за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення.

Мережі водно-ерозійного рельєфу, якщо їх розглядати взагалі, є одним із нечисленних фундаментальних прикладів *самоподібних фрактальних дерев* [4]. *Морфолого-морфометричні та топологічні* властивості рельєфу будь-яких водозборів, як вже підкреслювалося у попередніх публікаціях авторів, є певними параметрами його самоорганізації. Остання здійснюється через *системоутворюючі відношення* у гідролого-геоморфологічній системі кожного водозбору. Найзагальнішими з них є відношення у комплексі територіально-просторових зв'язків, які стосуються взаємного розташування, сусідства, пов'язаності, компактності, спільних параметрів водозбірної організації флювіального рельєфу і особливостей гідрології водозбору [5].

Надання прикладів формалізованого визначення вказаних відношень в рамках процедур моделювання ерозійних мереж на підставі подальшого уточнення *методології фрактальних досліджень* є **ціллю** цієї статті.

Вказана вище задача формалізації характеристикних ознак ерозійних ландшафтів, на нашу думку, не може бути вирішена ані виключно в рамках такої, яка здавалося би більш до вподоби щодо цієї задачі, «концепції геометризації рельєфу» [6-8], ані, тим більш, в рамках ортодоксальної «концепції уречевлювання рельєфу» [9]. Виключно в рамках означеної цілі цієї статті, на підставі сучасного стану системно-морфологічних досліджень в геоморфології щодо співвідношення між її об'єктом та предметом, а також, беручи за основу відому морфодинамічну парадигму [10], автори пропонують розуміти під *флювіальним (водно-ерозійним) рельєфом* *спосіб існування поверхні будь-якого водозбору*. Подібне визначення прямо впливає із численних публікацій одного з авторів в предметній галузі гідролого-геоморфологічного підходу до вивчення водозбірних басейнів.

**Фрактальна структура ерозійних мереж та само-афінні індикативні властивості флювіального рельєфу.** Ми вже розглядали мережі постійних та тимчасових водотоків як фрактальні структури і доводили через просторовий гідролого-геоморфологічний аналіз, що річкові мережі певних водозбірних басейнів демонструють вира-

жені фрактальні властивості, які, зокрема, описуються степеневою функцією розподілу їхніх площ [3]. Надалі вказані закономірності нами використовувалися при побудові математичної моделі флювіального рельєфу та низки її алгоритмів [11].

Визначення фрактальної розмірності ерозійної мережі річкового водозбору має допомогти з'ясувати суттєві риси *загальної моделі водної ерозії*, яка б враховувала якості не тільки самого рельєфу, але й підстилаючої поверхні в цілому. У вказаному аспекті треба зазначити, що важливою ознакою фрактальних структур є *масштабно-інваріантні* (топологічні) характеристики земної поверхні. Тут і надалі під масштабною інваріантністю розуміється топологічна подібність структур незалежно від її ієрархічного порядку та метричних розмірів елементів. Завдяки цьому, дозволяється самоафінність їхніх відношень – можливість користуватися тими самими топологічними образами (структурами) при розгляді *різних за порядком утворень*.

Важливим є питання про знаходження такої узагальнюючої характеристики форми і структури флювіальної мережі (сукупності форм флювіального рельєфу водозбору), яка б дозволила проводити класифікацію водозбірних басейнів за основними трьома показниками функціонування їх систем – морфологією водозбору, гідрологічним режимом та характером твердого стоку. Тут наводиться спосіб відображення водозбору через застосування *фрактальної геометрії*.

Геометричні якості дослідницьких об'єктів (різноманітних, у першу чергу, за їх обсягом), якими формалізуються реальні форми та елементи земної поверхні, претендують на головне місце у моделях, які мають бути побудовані, щоб зрозуміти природу флювіального рельєфу. Однак, велику кількість найбільш важливих у цьому зв'язку характеристик неможливо записати у формі відомих геометричних відношень. Ця обставина викликає чимало труднощів при побудові, наприклад, геоінформаційної моделі водозбору, оскільки вона є значною перешкодою на шляху практичного застосування геометричного аналізу природних об'єктів як складової геоінформаційного моделювання. У цьому зв'язку важко переоцінити існуван-

ня фундаментальних робіт Б. Мандельброта, який запропонував новітнє загальне поняття – *фрактал*, і практично заснував нову науку – *фрактальну геометрію*, яку можна вважати за єдину методологічну настанову [12]. Б. Мандельброт продемонстрував, що більшість природних об'єктів і явищ є *фракталами*: реальні дерева; рослини, подібні кольоровій капуста; річкові системи і система коронарних судин. До речі, він першим визнав, що порядкове бонітування Хортон – Стралера є проявом самоорганізації рельєфу у формі *самоподібного фракталу*.

Для аналізу самоподібних фракталів раніше було запроваджено поняття *передфракталу* [13]. Передфрактал – це самоподібна топологічна структура, кожний елемент котрої повторюється у структурі фракталу кінечне число разів у зменшеному вигляді й, найчастіше, дещо спрощено. Як очевидний приклад – це трійник графу флювіальної мережі; вузол мережі вододілів тощо. Зваживши на таку будову фракталу (тобто наявність вкладених у нього передфракталів нижчих ієрархічних рангів, слід зробити припущення, що фрактальна розмірність саме і є тією характеристикою, яка враховує відношення "форма – структура – процес". Остаточне підтвердження цього факту може дозволити прогнозувати характер процесів ерозії-аккумуляції твердого стоку *a priori* до проведення спеціальних досліджень. Остаточне підтвердження цього факту може надати можливості прогнозувати характер процесів ерозії-аккумуляції твердого стоку до проведення детальних польових досліджень, складного моделювання і громіздкого обчислювання. Можливо підібрати спеціальні фрактали, за допомогою яких можна досить точно статично відтворити навіть певні ландшафтні характеристики, причому кожній сукупності характеристик мусить відповідати свій тип фракталу. Критерієм такого підбору, на нашу думку, можуть бути певні показники так званої *гідрологічної гетерогенності* (неоднорідності) річкового басейну [13].

Ми вже доводили, що *фрактальну структуру* флювіального рельєфу можна чисельно охарактеризувати, якщо застосувати до яружно-балкової та річкової мереж водозбору коефіцієнти, аналогічні відомим законам Хортон (співвідношення чисел водотоків,

їхніх довжин, та площ за порядкових бонітуванням Стралера) та впровадити на поверхні водозбору репрезентативну систему поздовжніх профілів та поперечних перерізів [14]. Таким чином, було продемонстровано, що вказані коефіцієнти є константами для подання та візуалізації водно-ерозійної мережі будь-якому масштабі досліджень.

Закладену систему профілів, що подається до ілюстрації із вказаної публікації (перерізи 1А-5А та 1Б-3Б [14, с. 212] – рис. 1), можна було б проаналізувати на підставі методики Дж. Пелетієра [15] для визначення так званої «само-афінної фрактальної структури» (цього не робилося в статті [14]).

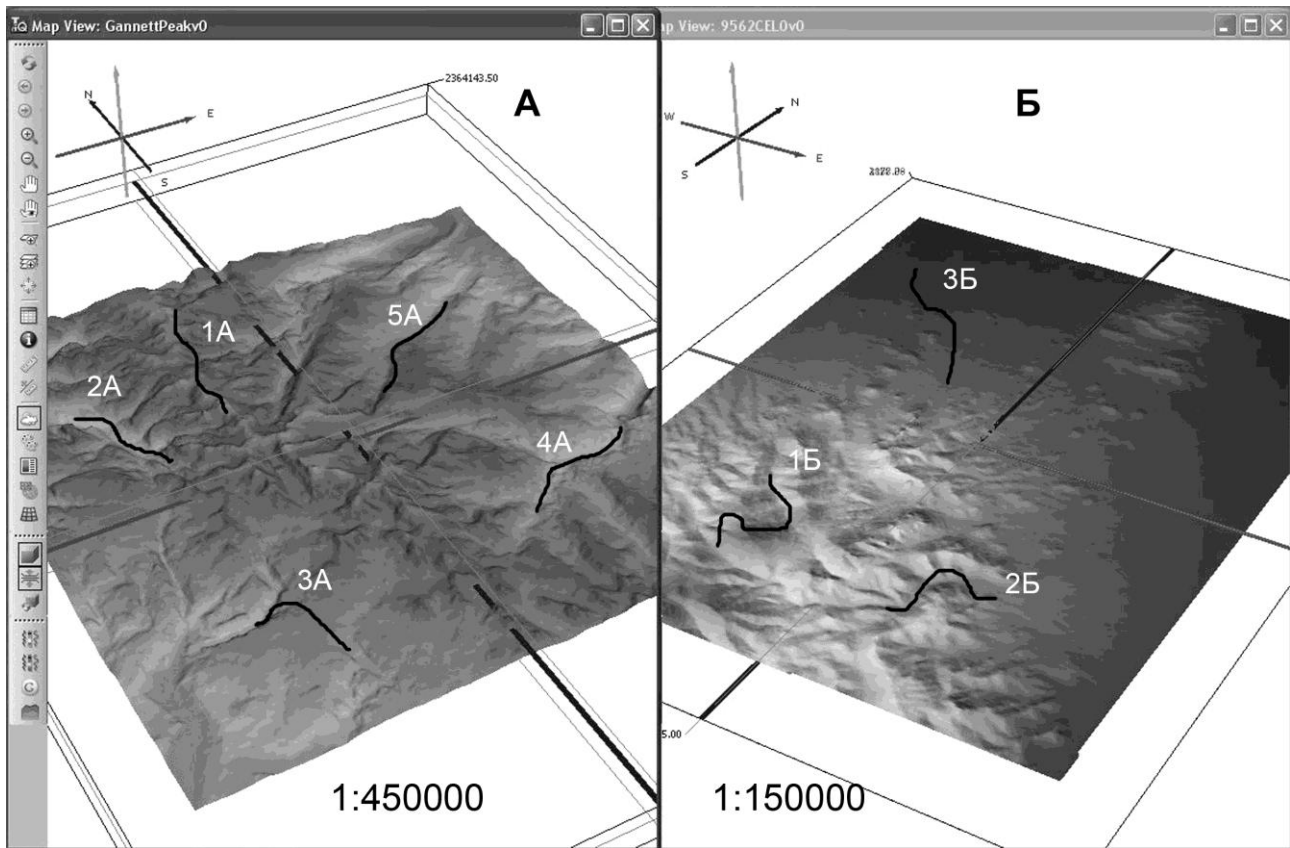
Почнемо з загально відомого ствердження [16] про те, що само-афінні фрактали є такими просторовими функціями, для яких спектральний параметр  $TS$  є звичайної степеневою функцією хвильового числа  $k$ , та записати у наступній формі:

$$TS(k) \propto k^{-\beta}, \quad (1)$$

де  $\beta$  - степеневий характеристичний параметр Мандельброта.

Керуючись методом Дж. Пелетієра, ми порівнювали профілі та перерізи на тектонічно більш та менш активних територіях, *цифрові моделі рельєфу (ЦМР)* яких подавалися в [14] – рис. 1. Так було встановлено, що у більшості випадків лінії профілів та перерізів достатньо добре можуть бути апроксимовані через вираз (1) із  $\beta = 2$ . Вказане дає можливість стверджувати, що топографічні профілі, на які ми посилаємося, подають певні аналоги так званого «Броунівського шляху» само-афінної фрактальної структури, яка подається через ці ЦМР. Тут треба згадати, що само-афінність також передбачає зв'язок по закону степеневої функції між усередненими відносними висотами водно-ерозійного рельєфу  $h_{\text{середн-відносн}}$  та середньою довжиною поздовжнього профілю (поперечного перерізу)  $L_{\text{середн-профіль}}$ . Через принципи, які доводяться в [15], такий зв'язок можемо записати у вигляді наступної функціональної залежності:

$$h_{\text{середн-відносн}}(L_{\text{середн-профіль}}) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (h_i - \bar{h})^2}, \quad (2)$$



**Рисунок 1** – Візуалізація ЦМР для території, рельєф якої ускладнений морфоструктурами (А) (штат Колорадо, США) і тієї, де флювіальний рельєф сформований переважно через екзогенні чинники (Б) (Нова Англія, Східне узбережжя США). В обох вікнах пронумеровані поздовжні та поперечні профілі (із [14, с. 212])

де  $h_i$  – дискретні відносні висоти поздовж топографічного профілю.

За визначенням само-афінної фатальної структури [16] (2) можна переписати у наступному вигляді:

$$h_{\text{середн-відносн}} (L_{\text{середн-профіль}})^{\alpha} \propto L_{\text{середн-профіль}} \quad (3)$$

де степеневий показник  $\alpha$  – так званий «фрактальний коефіцієнт жорсткості». Степеневий характеристичний параметр  $\beta$  та фрактальний коефіцієнт жорсткості  $\alpha$  зв'язуються відомим «рівнянням Мандельброта» як

$$\beta = 1 + 2\alpha \quad (4).$$

По профілях вздовж головного русла водозбору та через поперечні перерізи (див. рис. 1) підтверджується припущення про те, що одним із індикативних формалізованих

параметрів, які описують певний тип водно-ерозійного ландшафту можуть вважатися вказані степеневі показники. Так, у випадку коли  $\beta$  приблизно дорівнює 2, коефіцієнт жорсткості становить певне значення в проміжку 0,5-0,7, а синтезований (як похідний від декількох) топографічний профіль може бути апроксимований розподілом Гауса, доцільно припускати наявність зрілого ерозійного рельєфу та суттєве переважання процесів акумуляції для території, яка змодельована через ЦМР. У випадку, коли властивості само-афінності простежуються значно гірше ( $\beta \neq 2$ ), коефіцієнт жорсткості не більш 0,5, а синтезований топографічний профіль відповідає логнормальному розподілу, може йтися про значно перерізаний рельєф та прискорену ерозію, можливо через виражений антропогенний фактор.

**Загальні властивості ерозійних мереж та їх фрактальна розмірність.** Один із ав-

торів присвятив чисельні попередні публікації групам властивостей мереж флювіального рельєфу – *топологічним, метричним та ангулярним* (наприклад [18]). Властивості таких мереж підлягають моделюванню через їхню *комплексну дескриптивну характеристику*, якою є їх *порядкове бонітування*. Останнє стало передумовою формалізації опису як річкових, так і ерозійних мереж у вигляді відомих «законів Хортон». Саме цей формалізований опис надалі став однією із головних підвалин впровадження методології фрактальних досліджень у моделювання флювіального рельєфу та процесів водної ерозії.

Потребно окремо відзначити, що хоча, звичайно, «закони Хортон» записуються у різних редакціях, просторово-територіальна структура будь-якого водозбору може бути досить повно визначена всього лише кількома наступними дескриптивними показниками:

$$\text{коефіцієнтом біфуркації} \\ R_B \approx (N_i)^{1/(\Omega-i)}, \quad (5)$$

$$\text{коефіцієнтом довжин} \\ R_L \approx (L_i/L_\Omega), \quad (6)$$

$$\text{та коефіцієнтом схилів} \\ R_S \approx (S_i/S_\Omega)^{1/(\Omega-i)}, \quad (7)$$

де  $N$  - число русел даного  $i$ -го порядку,  $\Omega$ - порядок головного русла водозбору (отже, порядок усієї руслової мережі),  $L$  – розрахункове значення довжини русла даного порядку,  $S$  – розрахункове значення похилу русла даного порядку.

Дещо пізніше, Сю Шуммом був запропонований додатковий дескриптивний показник – коефіцієнт площ:

$$R_A \approx (A_i/A_\Omega)^{1/(\Omega-i)}, \quad (8)$$

де  $A$  – розрахункова площа водозбору до замикаючого створу русла даного порядку  $i$ .

З точки зору чисельного моделювання, коефіцієнти ( $R_B$ ,  $R_L$ ,  $R_S$ ,  $R_A$ ) є величинами, що визначаються нахилом ліній регресії відповідних значень  $\log(N_i, L_i, S_i, A_i)$  по  $i$ . Тобто можна переписати, наприклад, (5) та (6) як:

$$N_i \approx R_B^{\Omega-i} \quad i = 1, 2, \dots, \Omega \quad (9)$$

та

$$L_i \approx R_L R_L^{i-1}, \quad (10)$$

використовуючи дескриптивні показники  $R_B$  і  $R_L$ , при модельних розрахунках топологічно-метричних властивостей ерозійного рельєфу та визначення його *фрактальної розмірності* на підставі (9) і (10) відповідно. Також подібним чином можливо виразити (7) і (8).

Якщо, фактично, загальні властивості мережі флювіального рельєфу (ерозійної мережі), які описуються через (5)-(10), дають можливість розглядати такі мережі *безпечними ймовірнісними фракталами*, то схожим чином можна визначати *фрактальну розмірність ерозійної мережі*, поглиблюючи знання в цій предметній галузі, які надають нам класичні приклади, що зроблені дослідниками у минулому, зокрема – Дж. Хаком [19].

*По-перше*, загальна довжина ерозійних русел в даному водозборі (як постійних, так і тимчасових) має прийматися в якості «маси» ерозійної мережі. *По-друге*, довжина головного русла будь-якого водозбору має розглядатися як відома «хортонівська відстань». Вже підкреслювалося, що останню також можна вважати найкоротшою ланкою русла у мережі рельєфу, який поєднує даний водозбірний басейн із одним із його субводозборів (частиною басейну, яка має власне гирло, що замикає) [13]. Однак за замовчення, відповідно порядку бонітуванню Стралера існує тільки одна руслова ланка (або ланка яружного тальвегу), яка поєднує буквально всі субводозбори даного басейну із його вихідним устям (між іншим, повна класифікація ланок мережі рельєфу вже подавалася раніше [5]). Із викладеного випливає, що у будь-якому разі найкоротша високопорядкова ланка мережі рельєфу в нижній частині водозбірного басейну має визначатися як його головне русло (тальвег). *По-третє*, на підставі елементарних геометричних співвідношень приймається, що *радіус мережі рельєфу*  $r_\Omega$  (відповідає відомій «геометричній відстані від центру ваги водозбору») має бути пропорційним кореню квадратному із площі даного водозбірного басейну. *По-четверте*, для моделювання ерозійних мереж не розділяємо поняття їх фрактальної розмірності  $D_{f\text{ ем}}$  на дві складові – власно

фрактальну розмірність  $D$  і фрактальний коефіцієнт  $D_{\Phi K}$ , як це раніше нами робилося при дослідженні флювіального рельєфу, ускладненого багатьма зовнішніми чинниками [13, 14].

На підставі виразів (1)-(4) та (5)-(10), а також керуючись поданими у попередньому абзаці чотирма принципами, визначимо, що *фрактальна розмірність ерозійної мережі* порядку  $\Omega$  призначена описувати як загальна довжина  $LT_{\Omega}$  ерозійних тальвегів мережі окремого водозбірною басейну суміщена в даному екстенті географічного простору із радіусом цієї мережі  $r_{\Omega}$ , що узагальнено можна записати як:

$$LT_{\Omega} \approx r_{\Omega}^{D_{fem}}. \quad (11)$$

Таким чином, отримали вираз предметно дуже близький до відомих визначень «топологічної розмірності руслової мережі» та «розмірності мінімального шляху в неї» [20, 21]. Розуміння останніх можна поглибити та доповнити, і відповідно застосованому математичного апарату формалізувати наступним чином.

Для *топологічної розмірності ерозійної мережі*  $D_{Tem}$  із врахуванням «хортонівської відстані»  $L_{\Omega}$ , яка, між іншим, відповідає складової виразу (6):

$$LT_{\Omega} \approx L_{\Omega}^{D_{Tem}} \quad (12).$$

*Топологічна розмірність ерозійної мережі* порядку  $\Omega$  має описувати як загальна довжина  $LT_{\Omega}$  ерозійних тальвегів мережі окремого водозбірною басейну суміщена в даному екстенті географічного простору із «хортонівською відстанню»  $L_{\Omega}$  для даного водозбору.

*Розмірність найкоротшого шляху в ерозійній мережі*  $D_{MINem}$  порядку  $\Omega$  призначена описувати як «хортонівська відстань»  $L_{\Omega}$  ерозійних тальвегів мережі окремого водозбору суміщена в даному екстенті географічного простору із «геометричною відстанню», тобто радіусом  $r_{\Omega}$  ерозійної мережі даного водозбірною басейну:

$$L_{\Omega} \approx r_{\Omega}^{D_{MINem}} \quad (13).$$

Зв'язок між трьома параметрами – фрактальної, топологічної, найкоротшого шляху в мережі – розмірностями можна знайти, якщо застосувати ще одну четвірку постулатів формалізованого опису (перші чотири принципи наводяться вище).

*По-перше*, необхідно встановити асимптотичні обмеження на невизначено високі порядки ланок мережі.

*По-друге*, визначення фрактальної розмірності ерозійних мереж передбачає встановлення відношень між значеннями площі та довжинами різних елементів мережі, а частина її метричних властивостей щодо довжин цих елементів добре описується певними формалізованими моделями [3, 14]. У такому разі треба застосовувати запис С. Шумма для «закона площі» (вираз (8)), який із точки зору імовірнісної моделі ерозійної мережі можна переписати як

$$\bar{A}_{\omega} \sim A_1 \bar{R}_A^{\omega-1}, \quad (14)$$

де  $\bar{A}_{\omega}$  є середнім значенням площ басейнів порядку  $\omega$ ,  $R_A$  - коефіцієнт площ із (8), який згідно з емпіричними даними звичайно приймає значення від 3 до 6.

*По-третє*, для встановлення зв'язку між показниками (11)-(13) модель Дж. Смarta [20], яка була детально описана раніше [3, 14], пов'язується із "законом площі". Для цього треба допустити, що усі руслові ланки (водозбору, який подається в рамках моделі Смarta) дренують *однакову площу*. Тоді, виходячи з кількості ланок русел у водозборах порядку  $\Omega$ , можна встановити наступне: відношення  $\bar{A}_2 / \bar{A}_1$  дорівнює 5, а  $\bar{A}_{\omega} / \bar{A}_{\omega-1}$  швидко наближається до 4 по мірі того як  $\omega$  зростає.

*По-четверте*, можна ввести поняття «хортонівської площі», прийнявши за цей показник  $A_{\Omega}$  із (8) і поставивши у відповідність

$$A_{\Omega} \cong \bar{A}_{\omega}. \quad (15)$$

У такому разі через низку проміжних перетворень, які ми опускаємо (принципова

методика детально описується в [3]) можна отримати зв'язок, наприклад, між (11) і (15) як наступний вираз:

$$r_{\Omega} \cong F \cdot A_{\Omega}^{1/2}. \quad (16)$$

Тоді в рамках порядкового бонітування Стралера для будь-якої ерозійної мережі, щодо якої існує статистичний прояв «законів Хортон», і для неї можна однозначно виділити топологічні, метричні та ангулярні властивості, є всі підстави записати:

$$D_{f\text{ ем}} \cong D_{T\text{ ем}} D_{MIN\text{ ем}}. \quad (17)$$

Для мереж постійних водотоків, дослідження зв'язку їх фрактальної розмірності із особливостями флювіального рельєфу та ієрархічною будовою мережі, схожі за предметним характером із тими, що подаються в цій статті, послідовно впроваджували Л. Танзхуо [21], Дж. Пелетієр [15] та Д. Туркотт [4]. Першим автором навіть були введені і розглядалися поняття «гідрологічних аплікацій фрактальної розмірності» та «динамічних властивостей повністю фрактальної мережі» [21, pp. 2985, 2986].

Д. Туркотт розглядав застосовність самоподібних (само-афінних) фракталів до флювіального рельєфу однак за методикою, яка дещо відрізнялася від поданої в першій частині цієї статті. Як приклад, цей автор також визначав розподіл висот рельєфу  $\delta$  вздовж певного лінійного маршруту. Висоти рельєфу розглядалися як функція від одного аргументу – відстані від початкової точки маршруту (профілю поверхні)  $L$ . Однак, він спирався лише на відому «формулу Аннерта»

$$\delta \sim L^{1/2}, \quad (18)$$

а не на будь-який аналог виразу (1). Д. Туркотт записав для само-афінних фракталів простий вираз, зважений за співвідношенням «число-довжина», який може бути розповсюджений майже на усі природні явища фрактальної розмірності:

$$N \sim r^{-D}, \quad (19)$$

де  $D$  є фрактальною розмірністю;  $N$  – число об'єктів із лінійною розмірністю  $r$  для дискретного розподілу та число об'єктів із лінійною розмірністю більшою аніж  $r$  для континуального розподілу.

Далі Д. Туркотт пов'язував (19) із формалізованими законами Хортон (див. вирази (5)-(8)), зокрема, коефіцієнтом біфуркації  $R_B$  та коефіцієнтом відношення «довжина русла – порядок русла»  $R_r$ . Із формалізованого запису цих коефіцієнтів та (1.13) прямо випливає ключова для цього розгляду формула *фрактальної розмірності флювіальної мережі* [4, p. 304]:

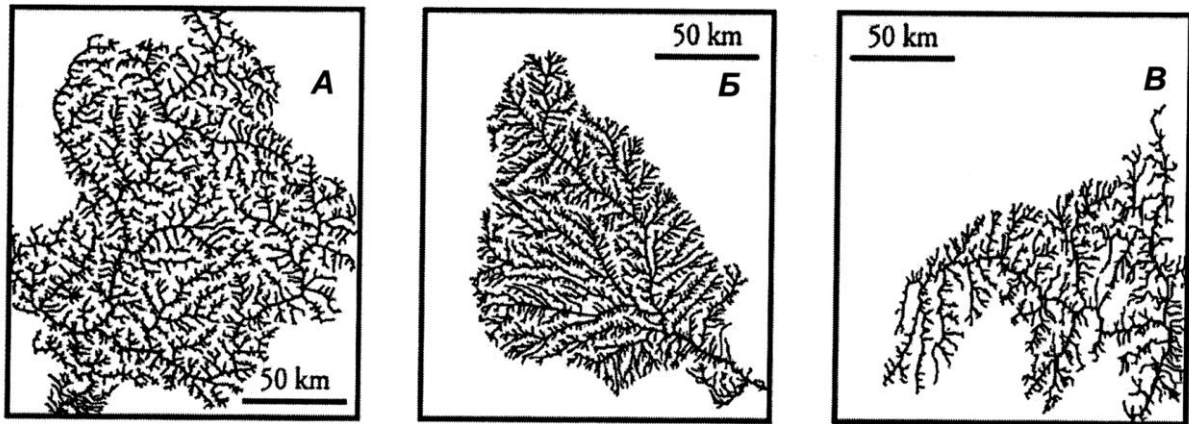
$$D_f = \frac{\ln(N_i / N_{i+1})}{\ln(r_i / r_{i+1} + 1)} = \frac{\ln R_B}{\ln R_r}, \quad (20)$$

де  $N_i$  – кількість русел порядку  $i$ ,  $r_i$  – співвідношення «довжина русла – його порядок» для порядку  $i$ . Легко довести, що предметний зміст рівняння (20) повністю узгоджується із формалізованим висновком на підставі (17).

Дж. Пелтієр намагався емпірично це довести під час досліджень безпосередньо самоорганізації флювіального рельєфу [15]. При дослідженні семи руслових мереж, він встановив, що для усереднених числових значень параметрів мережі, таких як  $R_B = 4.6$ ;  $R_L = 2.2$  та  $D_f = 1.99$ , стан гіпотетичної мережі може вважатися таким, що відповідає властивостям фрактального об'єкту. На ілюстрації (рис.2) наводяться три з цих семи флювіальних мереж [15, p. 305].

Зроблені посилання, на нашу думку, доводять доцільність та об'єктивність встановлення зв'язку між головними властивостями та фрактальної розмірністю ерозійних мереж через (11)-(17).

**Результати геоінформаційного моделювання та висновки.** Авторами за власною оригінальною методикою [22] була побудована *геоінформаційна модель водозбірних басейнів (ГІМВ)* в межах території м. Харків. В основі цієї моделі знаходилася відповідна ЦМР із розміром чарунки 5м X 5м. Через *функцію акумуляції стоку* (детально описується в [5] та [11]), враховуючи регіональні коефіцієнти підстилаючої поверхні (останні уточнювалися через математичний апарат розрахунку само-афінних властивостей поверхні водозборів – див. (1)-(4), був змодельований *гідрологічний шар ГІМВ*,



**Рисунок 2** – Приклади типових флювіальних мереж, для яких параметрично підтверджуються їх фрактальні властивості: **А** – р. Куман, схил Гімалаїв; **Б** – р. Шанхіб, Лесове плато Китаю; **В** – р. Чохарік Крік, штат Нью-Йорк, США; оригінальна ілюстрація із [15, р. 7263]

який послідовно включав: 1) шар поверхневого стоку, 2) тимчасові водотоки, 3) постійні водотоки в межах міста. Загальний масив ГІМВ (рельєф + особливості підстилаючої поверхні + гідрологічний стік) мав розмір  $1024 \times 1024$  чарунок. Всі кроки моделювання впроваджувалися в авторському програмному забезпеченні *GIS-Module Ukrainian* та *Amber iQ* (про дане ПЗ детальніше див. [5]).

У результаті була змодельована *повна ерозійна мережа* м. Харків, причому – із її розподілом на тальвеги постійних та тимчасові водотоки, та враховуючи через (1)-(4)

гіпотетичні фрактальні властивості поверхні, що підстилає (поздовжні профілі та поперечні перерізи будувалися через ПЗ *GIS-Module Ukrainian*). Результати моделювання були експортовані у повноформатну ГІС-платформу *ArcGIS* та подаються через модуль її візуалізації *ArcScene* на рис. 3.

Через застосування засобів *ArcObjects* по встановлених результатах моделювання були отримані (через (5), (6), (8), (11)-(13)) наступні *чисельні показники фрактальних характеристик ерозійних мереж по окремих водозборах* (табл.).

**Таблиця**

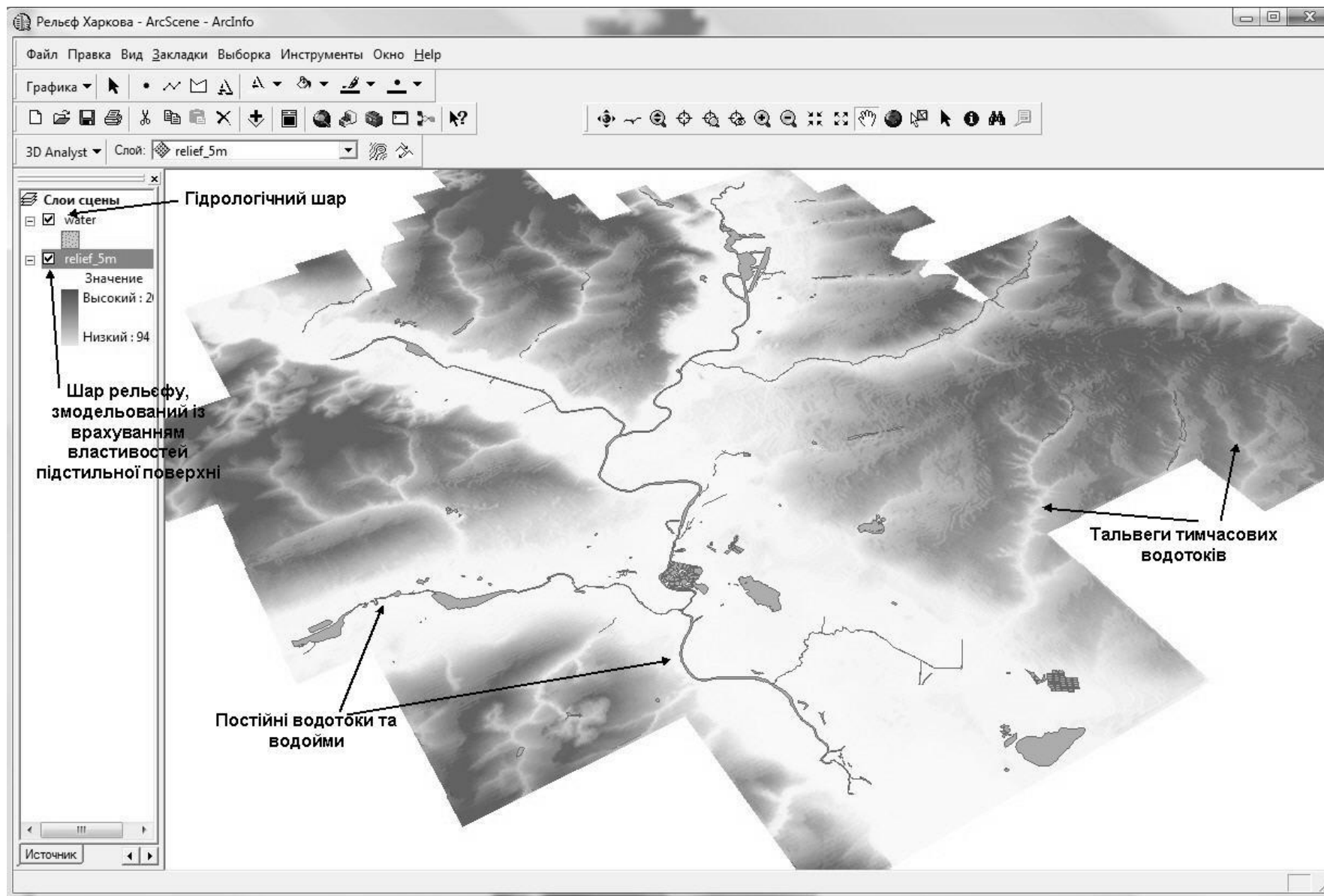
**Показники фрактальних характеристик ерозійних мереж**

Водозбір	$R_B$ із (5)	$R_L$ із (6)	$R_A$ із (8)	$D_{f\text{ ем}}$ із (11)	$D_{T\text{ ем}}$ із (12)	$D_{MIN\text{ ем}}$ із (13)
р. Немишля	2.95	2.27	3.33	1.74	1.36	1.26
р. Харків	3.76	2.29	3.98	1.78	1.63	1.11
р. Лопань	4.45	3.14	4.85	1.88	1.83	1.03
р. Уди	4.57	2.97	5.21	1.92	1.82	1.05

Якщо із численних досліджень інших авторів та власних польових спостережень можемо припускати такий тренд *певного зменшення інтенсивності сучасної ерозії* (через причини, які, зрозуміло, потребують подальших досліджень та пояснення) по окремих водозборах міста як: *водозбір р. Немишля  $\Rightarrow$  водозбір р. Харків  $\Rightarrow$  водозбори рр. Лопань та Уди* (із приблизно рівною найменшою інтенсивністю).

Змодельовані показники фрактальних характеристик (табл.) взагалі відповідають вказаному тренду. Більш того, на підставі загальних міркувань маємо припустити, що перевірка всіх трьох фрактальних дескриптивних показників через (17) має співпадати у випадку зрілої ерозійної мережі із їх незалежним обчисленням по (11)-(13). Подібне можемо спостерігати як раз тільки для басейнів річок Лопань та Уди (табл.).





**Рисунок 3** – Рельєф, руслова та ерозійна мережі водозборів м. Харків, змодельовані із врахуванням властивостей підстилюючої поверхні

Зіставлення (для чого використовувався *Калькулятор Растру* платформи *ArcGIS*) через подальші польові спостереження та сучасні матеріали дистанційного зондування поданих результатів (рис. 3 та табл.) із первинною ЦМР (зі стороною чарунки в 5 м), побудовану тільки по топографічних картах, дає всі підстави стверджувати про більшу точність моделювання ерозійних мереж, враховуючи їх фрактальні характеристики, у порівнянні із простою маршрутизацією їх тальвегів по ЦМР.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Светличный А. А. Эрозиоведение: теоретические и прикладные аспекты / А. А. Светличный, С. Г. Черный, Г. И. Швебс. – Сумы: Университетская книга, 2004. – 410 с.
2. Костріков С.В. Застосування цифрової моделі рельєфу для моделювання поверхні схилів у цілях обґрунтування противозсувних заходів / С. В. Костріков, Н. В. Добро вольська. // Матер. між нар. науково-практ. конф. РЕГІОН-2008: Стратегія оптимального розвитку – Х., 2008. – С. 275-277.
3. Костріков С. В. Місце фрактального моделювання флювіального рельєфу в просторовому гідролого-геоморфологічному аналізі водозборів / С. В. Костріков. // Вісник. ХНУ – № 722. – Екологія. – 2006. – С. 39-48.
4. Turcotte D. L. Self-organized complexity in geomorphology: Observations and models / D. L. Turcotte. // *Geomorphology*. – 2007. – Vol. 91. – P. 302-310.
5. Черваньов І. Г. Флювіальні геоморфосистеми: дослідження й розробки Харківської геоморфологічної школи / І. Г. Черваньов, С. В. Костріков, Б. Н. Воробйов; за ред. І. Г. Черваньова. – Х.: Вид-во ХНУ, 2006. – 322 с.
6. Девдариани А. С. Математический аппарат в геоморфологии. / А. С. Девдариани. – М., 1967. – 156 с.
7. Ермолов В. В. Генетически однородные поверхности в геоморфологическом картировании / В. В. Ермолов. – Новосибирск, 1964. – 41 с.
8. Ласточкин А. Н. Морфодинамический анализ / А. Н. Ласточкин. – Л.: Недра, 1987. – 256 с.
9. Морская геоморфология: терминологический справочник / Под ред. В. П. Зенковича, Б. А. Попова. – М.: Недра, 1980. – 280 с.
10. Ласточкин А. Н. Системно-морфологическое оснoвание наук о Земле (геотопология, структурная география и общая теория систем) / А. Н. Ласточкин. – С-Пб: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2002. – 762 с.
11. Костріков С. В. Морфологія рельєфу як керуюча ланка гідролого-геоморфологічного процесу на водозборі / С. В. Костріков, І. Г. Черваньов. // Фізична географія та геоморфологія. Міжвідомчий науковий збірник. – Київ, 2009. – С. 67-74.
12. Mandelbrot B. V. The Fractal Geometry of Nature / B. V. Mandelbrot. – New York: W.H. Freeman, 1982. – 467 p.
13. Костріков С. В. Водозбірний басейн як об'єкт фрактального моделювання/ С. В. Костріков. // Вісник Харківського університету. – 1999. – № 455. – Геологія, Географія, Екологія. – С. 109-113.
14. Костріков С. В. Фрактальні дослідження флювіального рельєфу для морфоструктурного аналізу / С. В. Костріков. // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. Збірник наукових праць. – К.: Всеукраїнська асоціація геоінформатики, 2010. – С. 205-215.
15. Pelletier J. D. The self-organization and scaling relationships of evolving river networks / J. D. Pelletier // *Journal of Geophysical Research* – 1999. – Vol. 104 – P. 7359-7375.
16. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов / Ред. Р. Э. Пащенко. – НЭО Экоперспектива, 2006. – 348 с.
17. Mandelbrot B. Stochastic, models for the earth's relief, the shape and the fractal dimension of coastlines, and the number-area rule for islands / B. Mandelbrot// *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. – 1975. – Vol. 72. – P. 3825-3828.
18. Костріков С. В. Ангулярність флювіального рельєфу, її моделювання та аналіз / С. В. Костріков, І. Г. Черваньов. // Український географічний журнал. – 2009. – № 1. – С. 8-14.
19. Hack J. T. Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland / J. T Hack. // *US GSPP*. – 1957. – V. 294-B.
20. Smart J.S. The relation between mainstream length and area in drainage basin / J. S. Smart, A. J. Surkan // *Water Resource Research*. – 1967. – Vol. 3 (n. 4). – P. 963-974.
21. Tanzhuo Liu. Structure and properties of stream networks / Liu Tanzhuo. // *Water Resource Research*. – 1993. – Vol. 29 – P. 2981-2988.
22. Костріков С. В. Оцінка процесу водної ерозії по геоінформаційних моделях річкових басейнів/ С. В. Костріков. // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. Зб. наук. праць. – К.: Всеукраїнська асоціація геоінформатики, 2007. – С. 230-243.

Надійшла до редколегії 28.04.2010